МУНИЦИПАЛЬНОЕ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ

ИРКУТСКОГО РАЙОННОГО МУНИЦИПАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

«РЕВЯКИНСКАЯ СРЕДНЯЯ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ ШКОЛА»

**Проектная работа**

**«Методы решения задач**

**для нахождения площадей многоугольников»**

|  |
| --- |
| Автор работы: Мальцева Полина, 8 класс, МОУ ИРМО «Ревякинская СОШ» |
| Проектная работа допущена к защите 20.01.2020 г.  Руководитель: Чиркова Ольга Владимировна,  учитель математики |

2020 г

Содержание:

Введение…………………………………………………………………….. 3 стр

1. Методы решения задач для нахождения площадей многоугольников.
2. Анализ задач из ОГЭ и ЕГЭ………………...………………………… 4 стр
3. Формулы для нахождения площади многоугольников………….….. 4 стр
4. Вклад Г.А. Пика в геометрию ……….………………………………. 6 стр
5. Создание памятки для выпускников 9 и 11 классов по теме «Площади многоугольников»……………………….………………………..……… 8 стр

Заключение………………………………………………………………… .. 8 стр

Библиографический список………...…………………………..………… 9 стр

Приложение 1………………………………………….………………….. 10 стр

Приложение 2………………………………………….………………….. 11 стр

**Введение**

**Проблема**: Через год мне уже предстоит сдача экзаменов. Обязательным предметом всегда является математика. На экзамене одним из заданий является решение задач по нахождению площади многоугольников. Для этого нужно знать очень много разных формул.

**Актуальность:** Мой проект поможет систематизировать знания по теме «Площади фигур», а главное, вы получите универсальный алгоритм, с помощью которого можно решать все задачи на вычисления площадей многоугольников с помощью одной единственной формулы.

**Объект исследования**: задачи из ОГЭ и ЕГЭ на нахождения площадей многоугольников расположенных на клетчатой бумаге.

**Предмет исследования**: методы решение задач из ОГЭ и ЕГЭ на нахождения площадей многоугольников.

**Цель проекта**: составление универсального алгоритма для вычисления площади любого многоугольника, расположенного на клеточной бумаге.

**Задачи:**

1. Проанализировать задания сборников ОГЭ и ЕГЭ.

2. Обобщить и систематизировать информацию о методах решения задач на нахождение площадей многоугольников.

3. Провести опрос среди учащихся 9 и 11 классов о знании формул, по которым вычисляются площади многоугольников.

4. Изготовить памятку для выпускников 9 и 11 классов в виде справочного материала по теме «Площадь многоугольников»

**Гипотеза проекта:** Если знать только лишь одну единственную формулу Пика, можно вычислить площадь любого многоугольника расположенного на клеточной бумаге.

**Сроки разработки проекта:**

Чтение литературы, поиск и изучение информации из интернета – 1 неделя;

Написание проекта – 2 недели;

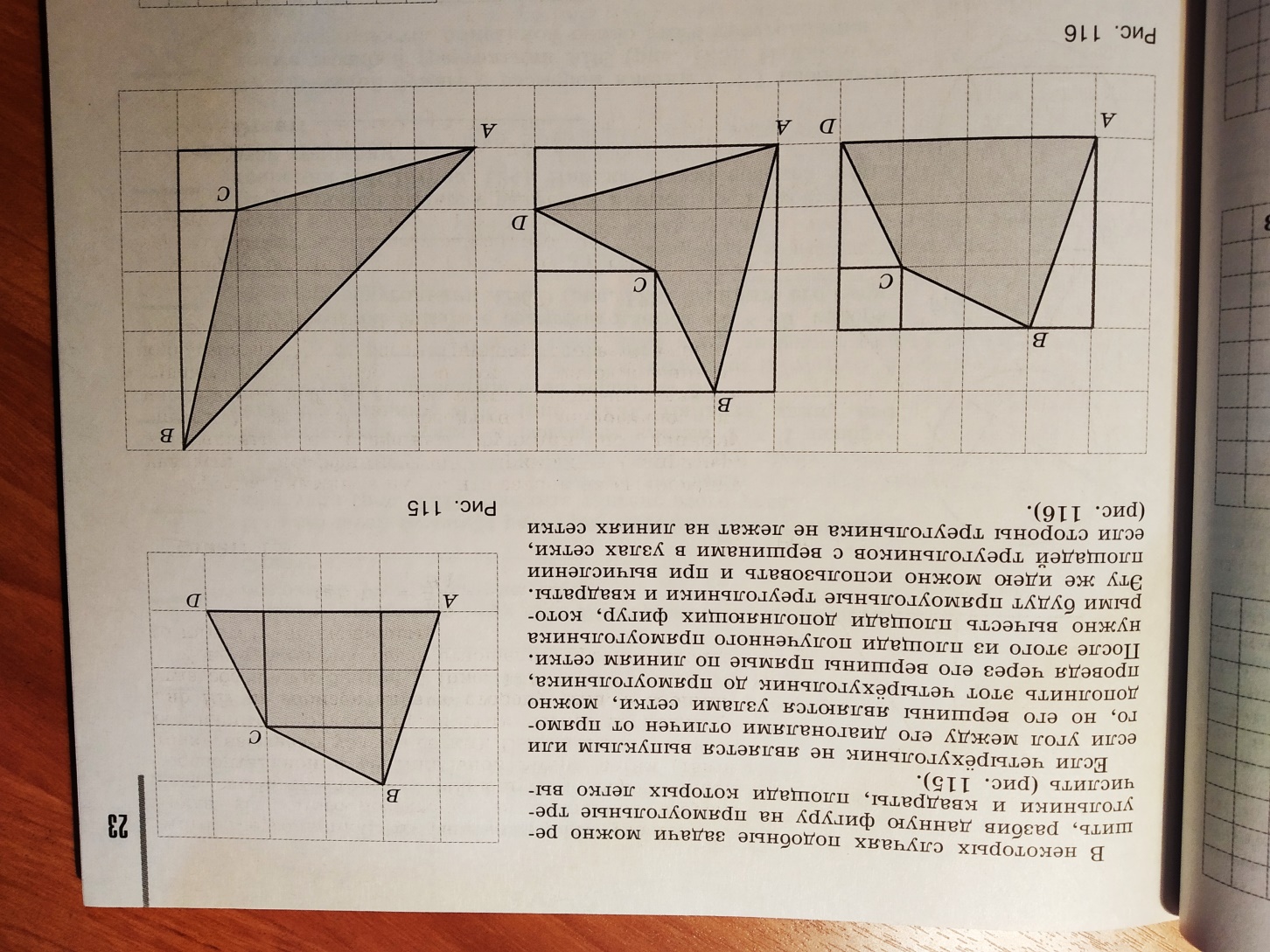
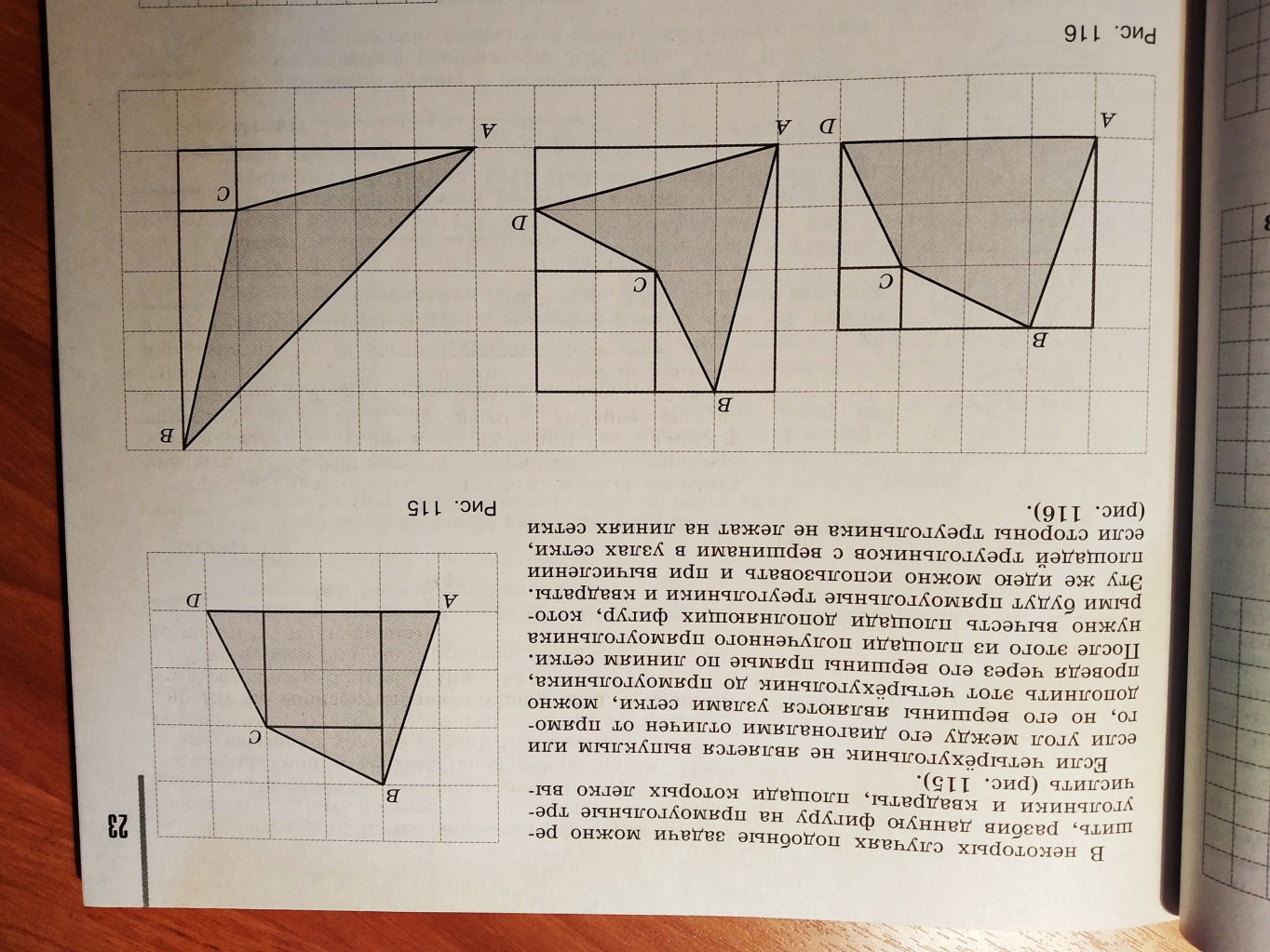
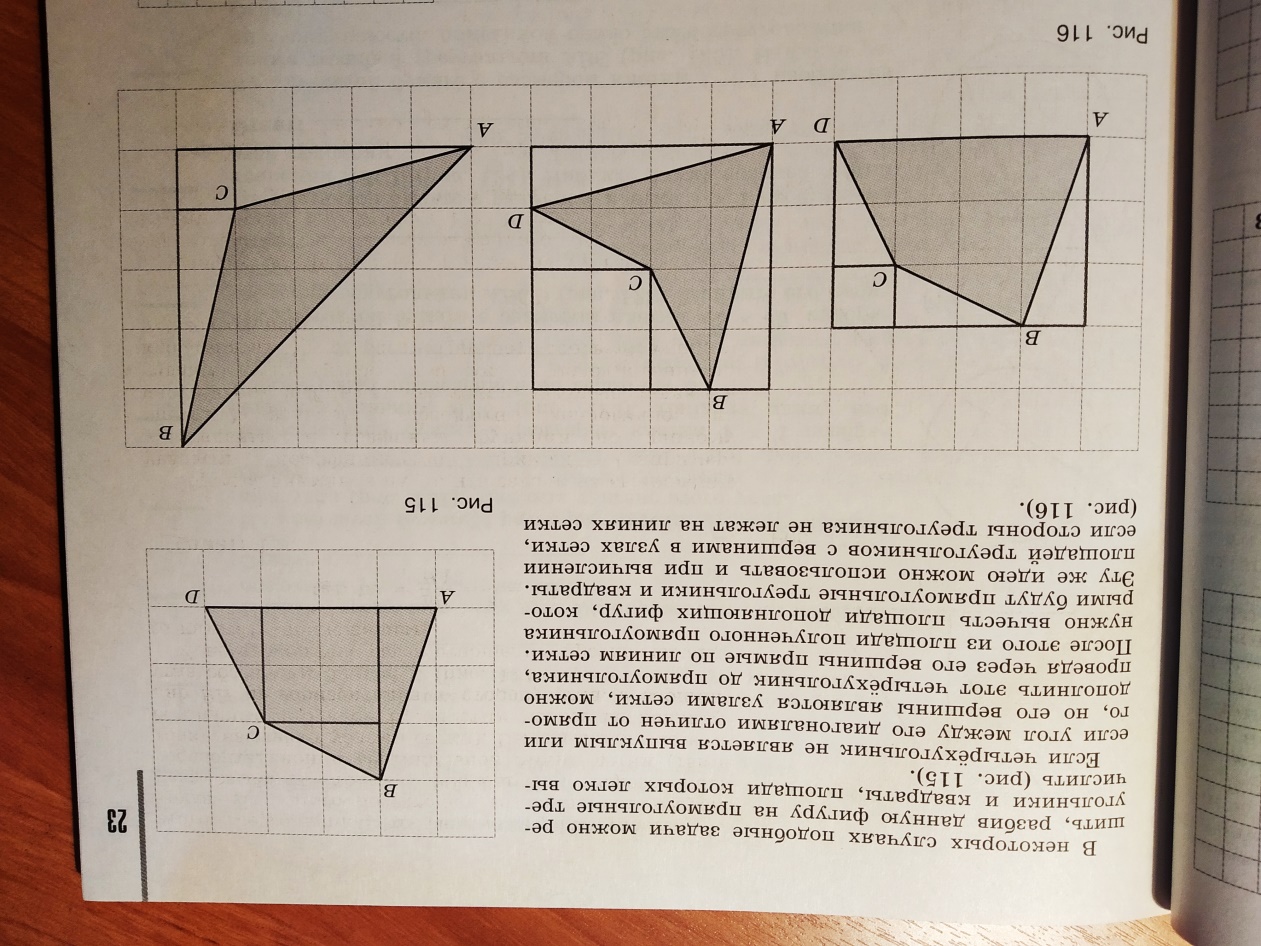
Изготовление памятки для выпускников – 1 день;

Оформление презентации для защиты – 3 дня.

1. **Методы решения задач для нахождения площадей многоугольников**
2. Анализ задач из ОГЭ и ЕГЭ

Среди задач по планиметрии особое место в вариантах ОГЭ и ЕГЭ занимают задачи на клетчатой бумаге, в которых чаще всего требуется вычислить площадь фигуры. Клетки в таких задачах выполняют роль линейки. Посчитать необходимые длины не составляет труда, а вот выбрать нужную формулу – это уже большая проблема для многих учащихся.

Хорошо, если фигура является стандартным многоугольником: ромбом, квадратом, параллелограммом, прямоугольником, трапецией, треугольником. Но ведь часто в задаче дана фигура отличная от стандартной. И чтобы вычислить её площадь, необходимо применить сразу несколько формул.

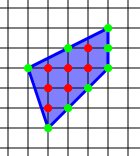
  

1. Формулы для нахождения площади многоугольников.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| № | Название фигуры | Рисунок | Формула |
| 1 | квадрат | a | S = a2 |
| 2 | прямоугольник | a  b | S = ab |
| 3 | параллелограмм | h  a | S = ah |
| 4 | параллелограмм | b  γ  a | S = ab sinγ |
| 5 | ромб | d1 и d2- диагонали | S = |
| 6 | трапеция | a  h  b | S = · h |
| 7 | треугольник | h  a | S = ah |
| 8 | треугольник | b  γ  a | S = ab sinγ |
| 9 | треугольник | с  b  a | S=  где *p = (a + b + c):2* |
| 10 | равносторонний треугольник | а  а  а | S = |
| 11 | прямоугольный треугольник | b  a | S = ab |

1. Вклад Г.А. Пика в геометрию

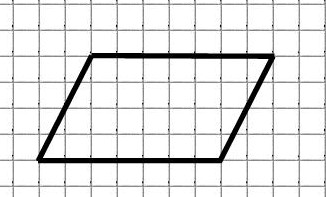
Георг Александрович Пик – австрийский математик, который внёс огромный вклад в развитие науки «Геометрия». Теорема Пика справедлива для многоугольников с вершинами в узлах целочисленной решетки.

Георг Пик утверждает, что площадь целочисленного многоугольника можно вычислить по формуле: S = B + – 1, где **B** – количество узлов внутри многоугольника,

а **Г** – количество узлов на границе многоугольника.

Клетчатая бумага, на которой расположены фигуры, как раз, и играет роль той самой решётки, о которой говорится в теореме Пика.

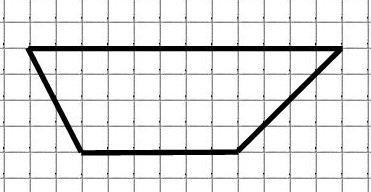
Рассмотрим несколько задач и выполним их решение разными способами.

**Задача 1:** Вычислить площадь параллелограмма:

I способ: По рисунку определяем, что длина нижней стороны равна 7, а высота, проведённая к этой стороне, равна 4. Вычисляем площадь данной фигуры по формуле S = a∙h = 7∙4 = 28.

II способ: По формуле Пика.

В = 20, Г = 18, S = B + – 1 = 20 + – 1 = 20 + 9 – 1 = 28

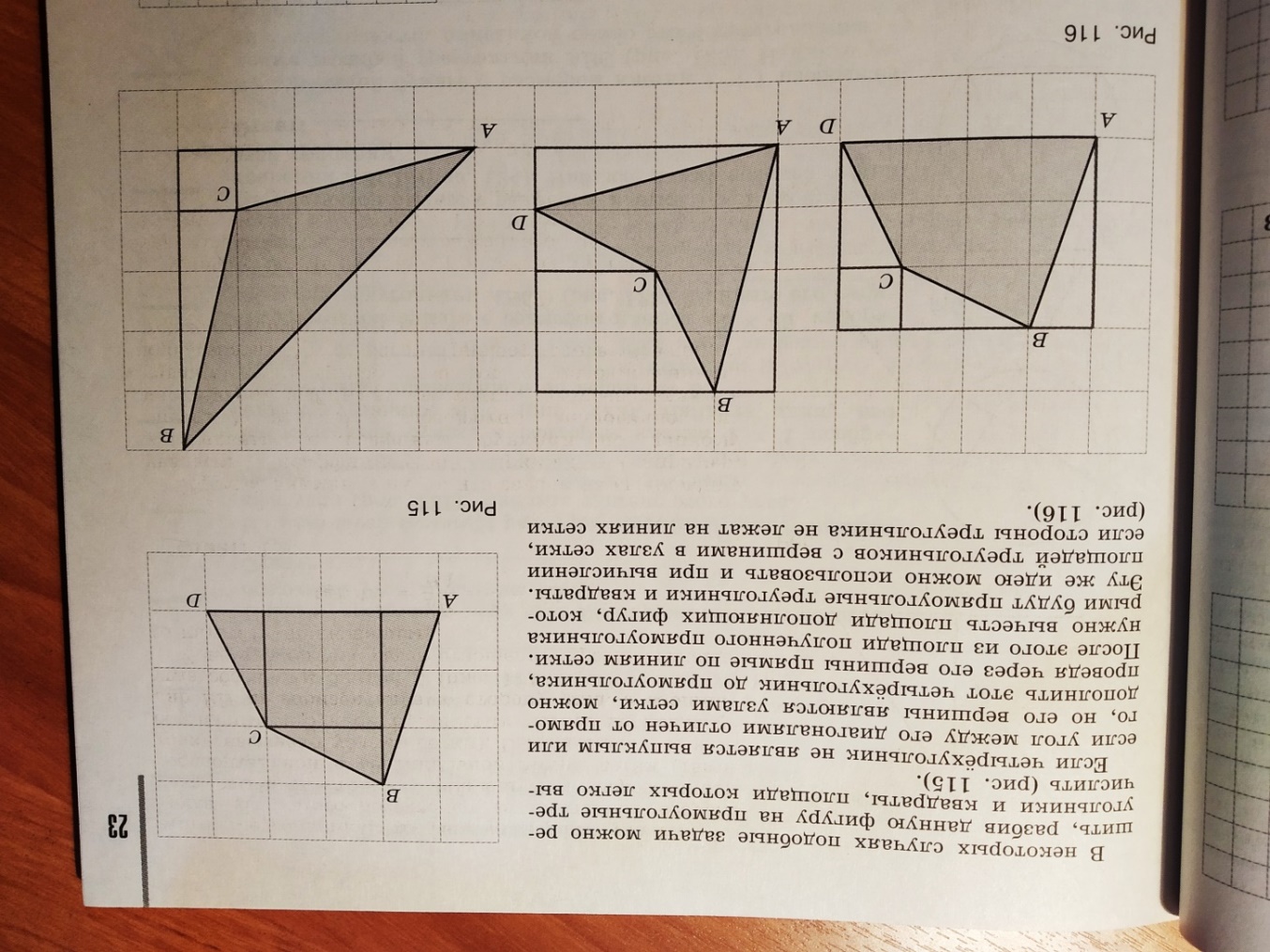
**Задача 2:** Вычислить площадь трапеции:

I способ: По рисунку определяем, что длина большего основания равна 12, меньшего – 6, а высота трапеции равна 4. Вычисляем площадь данной фигуры по формуле S = ∙ h = ∙ 4 = 9 ∙ 4 = 36.

II способ: По формуле Пика.

В = 25, Г = 24, S = B + – 1 = 25 + – 1 = 25 + 12 – 1 = 36.

**Задача 3:** Вычислить площадь четырёхугольника ABCD.

I способ: Разобьём данный четырёхугольник на многоугольники, площадь которых можно вычислить по стандартным формулам. При разбиении данной фигуры на части, получился квадрат со стороной 2 и три прямоугольных треугольника. Вычислим площади каждой части. Площадь квадрата = а2 = 22 = 4.

Площадь большего треугольника = ab = ∙ 1 ∙ 3 = 1,5. Два маленьких треугольника вместе образуют прямоугольник со сторонами 1 и 2, площадь которого = 1 ∙ 2 = 2. По свойству площади, площадь ABCD равна сумме площадей его частей, следовательно, площадь ABCD = 4 + 1,5 + 2 = 7,5.

II способ: Попробуем «вырезать» четырёхугольник ABCD из прямоугольника размером 3 х 4, путём «обрезки лишних частей» по углам. Площадь прямоугольника по формуле равна a∙b = 3 ∙ 4 = 12. Площадь квадратика 1∙1=1. Площади треугольников, также как и в I способе, равны 1+1 и 1,5. Итого, площадь ABCD = 12 – (1+1+1+1,5) = 7,5.

III способ: По формуле Пика.

В = 5, Г = 7, S = B + – 1 = 5 + – 1 = 5 + 3,5 – 1 = 7,5.

Этих трёх примеров достаточно, чтобы сделать **ВЫВОД:**

Для вычисления площадей стандартных многоугольников, проще использовать соответственные формулы. А для вычисления площадей нестандартных многоугольников лучше подойдёт формула Пика.

Если же сравнивать объём знаний, которым должен обладать ученик, то, чтобы вычислять площади многоугольников по формулам, надо, как минимум, знать 11 стандартных формул и уметь выбирать нужную для той или иной фигуры. В то время как формула Пика является универсальным способом решения всех задач на вычисление площади любого многоугольника изображённого на клетчатой бумаге.

1. **Создание памятки для выпускников 9 и 11 классов**

**по теме «Площади многоугольников»**

Продуктом моего проекта является создание памятки для выпускников 9 и 11 классов по теме «Площади многоугольников» (см. Приложение 1 и Приложение 2).

Чтобы выяснить степень необходимости этого, был проведён опрос среди учащихся 9 и 11 классов.

Вопрос звучал так: «Хорошо ли вы знаете формулы для вычисления площадей многоугольников? Если плохо, то почему?»

Из семи выпускников 11 класса пять ответили «Да, хорошо», 1 человек ответил «Давно изучали, всё забылось, а теперь лень повторять» и 1 человек сказал, что никак не может запомнить столько формул.

Из 19 учащихся 9 класса хорошо знают формулы лишь 5 человек. Никак не могут запомнить и всё время их путают 6 человек, а 8 человек честно признались, что им лень учить столько формул, надеются на какие-нибудь справочные материалы.

**Вывод:** Результаты данного опроса подтверждают необходимость создания моей памятки, с помощью которой учащиеся будут регулярно повторять материал по теме «Площади многоугольников».

**Заключение**

Анализ заданий ОГЭ и ЕГЭ показал, что для успешной сдачи экзамена надо уметь вычислять площади многоугольников.

Мне удалось систематизировать материал по теме «Площади многоугольников» и показать, что существует более выгодный – универсальный способ вычисления площади по формуле Пика. Таким образом, цель моего проекта достигнута. Конечно, этот метод будет эффективным лишь в том случае, когда фигура задана на клетчатой решётке. Но демоверсии ОГЭ и ЕГЭ показывают, что задачи выглядят именно так.

Опрос выпускников 9 и 11 классов показал, что учащиеся испытывают потребность в таком универсальном методе решения задач, т.к. вместо 11-ти различных формул достаточно знать одну единственную.

На примерах нескольких задач в пункте 1.3 мне удалось подтвердить гипотезу своего проекта о том, что если знать только лишь одну единственную формулу Пика, можно вычислить площадь любого многоугольника расположенного на клеточной бумаге. Конечно, чем проще – тем лучше! А это всегда актуально среди нерадивых учащихся. Для них же мною была изготовлена памятка по теме «Площади многоугольников». Таким образом, все поставленные задачи выполнены.

**Библиографический список и интернет-ресурсы:**

1. А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонский, М.С. Якир. Геометрия. Учебник для изучения геометрии в 9 классе общеобразовательных организаций. – М.: Вентана-Граф, 2019.
2. Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев и др. Математика.

Учебник для учащихся 9 кл. общеобразовательных учреждений. 2015

1. 1 сентября – <http://1сентября.РФ/>
2. Ведущий образовательный портал Инфоурок – <http://infourok.ru/>
3. htts://math-oge.sdamgia.ru/
4. https://ru.wikipedia.ord/

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

**Площади многоугольников:**

**S = ab S = a2**

**S = ah S = ab sinγ**

**S = ah S = ab sinγ**

**S =**

**где *p = (a + b + c):2***

**S = S = · h**

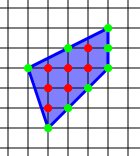
**S =**

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

Вычисление площади многоугольника

с целочисленными вершинами

**по формуле Пика.**

**S = B + – 1**

**B** – количество целочисленных точек внутри многоугольника.

**Г** – количество целочисленных точек

на границе многоугольника.

**Решение:** **В = 7 ; Г = 8**

**S = B + – 1 = 7 + 4 – 1 = 10**